DLA KOMISJI KONKURSOWEJ

Konkurs przedmiotowy z matematyki dla uczniów szkół podstawowych

5 kwietnia 2024 r. – finał

Schemat punktowania zadań

Rozwiązania zadań zamkniętych jednokrotnego wyboru 1-5

Nr zadania	1.	2.	3.	4.	5.
Odpowiedź	C	A	D	B	C

Za każdą prawidłową odpowiedź przyznajemy 1 punkt. Brak odpowiedzi, odpowiedź błędna lub zaznaczenie więcej niż jednej odpowiedzi to 0 punktów.

Razem: 5 punktów

Rozwiązania zadań typu PRAWDA – FAŁSZ

Za każdą poprawnie zaznaczoną odpowiedź uczeń otrzymuje 1 punkt. Za każde z zadań 6-7 uczeń może otrzymać **maksymalnie 3 punkty.**

Zadanie 6. F, P, P

Zadanie 7. P, F, F

Razem: 6 punktów

Rozwiązania zadań zamkniętych wielokrotnego wyboru 8-12

Za poprawnie zaznaczone wszystkie odpowiedzi w zadaniu uczeń otrzymuje 2 punkty. Jeżeli popełni jeden błąd (tzn. nie zaznaczy jednej poprawnej odpowiedzi), otrzymuje 1 punkt. W każdej innej sytuacji uczeń otrzymuje 0 punktów.

Przykład: Jeżeli w zadaniu są dwie poprawne odpowiedzi, np. A i C, a uczeń zaznaczy tylko A, otrzymuje 1 punkt.
Jeżeli uczeń zaznaczy A i D, to znaczy, że popełnił dwa błędy (nie zaznaczył poprawnej odpowiedzi i zaznaczył błędną D), w związku z tym otrzymuje 0 punktów.

Zadanie 8. C, D

Zadanie 9. B, C

Zadanie 10. A, B, C, D

Zadanie 11. B, C

Zadanie 12. A, C, D

Razem: 10 punktów

Schematy punktowania zadań otwartych

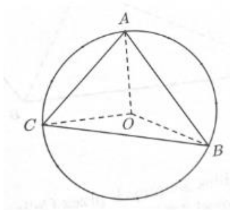
Każde rozwiązanie przedstawiające poprawny sposób rozumowania, stosowne obliczenia i komentarze jest oceniane na maksymalną liczbę punktów możliwych do zdobycia.

Zadanie 13. (3 punkty)

Z treści wynika, że obwód kwadratu jest równy 32 jednostki. Zatem odległość między pająkiem a muchą jest równa 16 jednostek. W czasie 1 minuty pająk zbliża się do muchy o 13-9 = 4 jednostki.	**1 p.**
Do pierwszego spotkania dojdzie po 16:4 = 4 minutach. Mucha w tym czasie przejdzie 4·9 = 36 jednostek, czyli zrobi jedno pełne okrążenie i przejdzie jeszcze 4 jednostki.	**1 p.**
Spotkanie muchy i pająka nastąpi w punkcie $(-4; 0)$.	**1 p.**

Zadanie 14. (3 punkty)

Wykonanie poglądowego rysunku z oznaczeniami lub dokładne opisanie powstałych kątów oraz ustalenie, że trójkąty AOC, AOB i BOC są równoramienne. **1 p.**
Podanie miar kątów: $\sphericalangle AOC = 90°$, $\sphericalangle AOB = 120°$, $\sphericalangle BOC = 150°$



Wykorzystanie wniosku, że trójkąty są równoramienne i stwierdzenie, że:
$\sphericalangle OAC = \sphericalangle OCA = 45°$ **1 p.**
$\sphericalangle OAB = \sphericalangle OBA = 30°$
$\sphericalangle OCB = \sphericalangle OBC = 15°$

Ustalenie miar kątów trójkąta ABC
$\sphericalangle BAC = \sphericalangle BAO + \sphericalangle CAO = 30° + 45° = 75°$ **1 p.**
$\sphericalangle ABC = \sphericalangle ABO + \sphericalangle CBO = 30° + 15° = 45°$
$\sphericalangle ACB = \sphericalangle ACO + \sphericalangle OCB = 45° + 15° = 60°$

Zadanie 15. (3 punkty)

Zauważenie, że:
1. kąt rozwarty równoległoboku ma miarę 140°; **1 p.**
2. trójkąt EBC jest równoramienny;
3. AE = EB = BC = x

$\sphericalangle CEB = \sphericalangle BCE = 20°$ **1 p.**

Zauważenie, że równoległobok ABCD i trójkąt EBC mają wspólną wysokość h. Zatem:
$P_{\Delta EBC} = \frac{1}{2}$ EB · h = $\frac{1}{2} x \cdot h$, $P_{ABCD} = 2x \cdot h$. **1 p.**
Stąd pole trójkąta stanowi 25% pola równoległoboku.

Zadanie 16. (5 punktów)

Obliczenie, ile warstw płytek zmieści się w kasecie: 50 : 0,2 = 250. **1 p.**

Obliczenie, ile płytek mieści się w kasecie: 28·28·250 = 196 000. **1 p.**

Zauważenie, że gdyby w kasecie znajdowały się same srebrne płytki, to wartość skarbu byłaby równa 1 960 000 dolarów. Aby uzyskać równo 1 000 000 dolarów należy część płytek srebrnych wymienić na brązowe. Zamiana jednej płytki srebrnej na brązową powoduje spadek wartości o 6 dolarów. **1 p.**

Wartość należy obniżyć o 960 000 dolarów, zatem należy wykonać 960 000 : 6 = 160 000 zamian. **1 p.**

Wniosek: w skarbie pana Wojciecha jest 160 000 płytek brązowych
oraz 196 000 – 160 000 = 36 000 płytek srebrnych. **1 p.**

Zadanie 17. (5 punktów)

Pole ścian ABE i CDE obliczamy ze wzoru na pole powierzchni trójkąta równobocznego
$P_{\Delta ABE} = \frac{6^2\sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3}\ [j^2]$ oraz $P_{\Delta CDE} = \frac{4^2\sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3}[j^2]$ **1 p.**

Zauważenie, że ściany BCE i ADE są trójkątami przystającymi. Pole powierzchni obliczamy korzystając ze wzoru Herona **2 p.**

$$p = \frac{4+6+8}{2} = 9[j]$$

$$P_{\Delta BCE} = P_{\Delta ADE} = \sqrt{9 \cdot (9-8) \cdot (9-6) \cdot (9-4)} = 3\sqrt{15}\ [j^2]$$

Zastosowanie twierdzenia Pitagorasa do obliczenia wysokości trapezu równoramiennego będącego podstawą ostrosłupa $h^2 + 1^2 = 8^2$. Zatem $h = 3\sqrt{7}[j]$
Obliczenie pola trapezu **1 p.**

$$P_{ABCD} = \frac{(4+6) \cdot 3\sqrt{7}}{2} = 15\sqrt{7}[j^2]$$

Obliczenie pola powierzchni ostrosłupa $P_c = 9\sqrt{3} + 4\sqrt{3} + 2 \cdot 3\sqrt{15} + 15\sqrt{7} = 13\sqrt{3} + 6\sqrt{15} + 15\sqrt{7}\left[j^2\right]$ **1 p.**