Kod ucznia: ....

Konkurs przedmiotowy z matematyki dla uczniów dotychczasowych gimnazjów 25 lutego 2019 r. – zawody III stopnia (wojewódzkie)

Witamy Cię na trzecim etapie Konkursu przedmiotowego z matematyki.
Przed przystąpieniem do rozwiązywania zadań uważnie przeczytaj polecenia.
Brudnopis nie podlega sprawdzeniu.
Nie możesz używać kalkulatora.

Życzymy Ci powodzenia!

Maksymalna liczba punktów: 40. **Czas rozwiązywania zadań: 90 minut.**

....

*W zadaniach 1 – 20 wybierz **jedną** odpowiedź i obwiedź ją kółkiem. W przypadku pomyłki błędną odpowiedź przekreśl i zaznacz kółkiem poprawną.*

Zadanie 1. (1 punkt) W pewnym roku w styczniu były cztery poniedziałki i cztery piątki. Jakim dniem tygodnia był wówczas 1 stycznia?

a) sobotą b) wtorkiem c) środą d) czwartkiem

Zadanie 2. (1 punkt) Liczba $33333^3 - 27 \cdot 11111^3$ jest równa

a) -22222 b) 22222^2 c) 22222^3 d) 0

Zadanie 3. (1 punkt) Magda wykreśliła trójkąt równoramienny, w którym kąt rozwarty pomiędzy dwusiecznymi dwóch jednakowych kątów jest trzykrotnością kąta u wierzchołka trójkąta. Jakie miary kątów ma narysowany przez nią trójkąt?

a) $30^0, 75^0, 75^0$ b) $36^0, 72^0, 72^0$ c) $40^0, 70^0, 70^0$ d) $35^0, 35^0, 110^0$

Zadanie 4. (1 punkt) Która liczba spełnia równanie $\frac{3+2\sqrt{2}}{x+1} = \frac{1}{-3+2\sqrt{2}}$?

a) 2 b) 1 c) -2 d) -3

Zadanie 5. (1 punkt) Ile jest pomiędzy 9999 i 100000 liczb całkowitych, których suma cyfr jest równa 2?

a) 3 b) 4 c) 5 d) 6

Zadanie 6. (1 punkt) W pracowni matematycznej znajduje się model sześcianu, w którym największa odległość pomiędzy wierzchołkami wynosi 1 m. Objętość tego sześcianu to

a) $\frac{\sqrt{3}}{9}$ m^3 b) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ m^3 c) $\frac{1}{3}$ m^3 d) 2 m^3

Zadanie 7. (1 punkt) 2 litry 10% roztworu soli zmieszano z 3 litrami 15% roztworu tej samej soli. Jaką zawartość procentową soli ma teraz mieszanina obu tych roztworów?

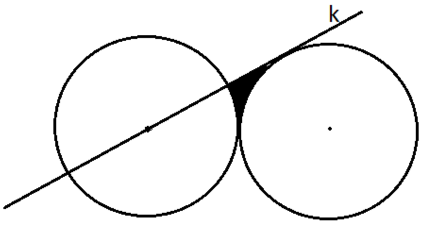
a) 12,5% b) 12,75% c) 13% d) 25%

Zadanie 8. (1 punkt) Na frontach czterech włoskich willi zapisano w systemie rzymskim następujące liczby oznaczające rok budowy: MDXCV, MDLXIV, MCDLXXX, MCDXCIX. Karol zwiedzał te wille w kolejności od najstarszej do najmłodszej. Willę z którym napisem zwiedził jako pierwszą?

a) MDXCV b) MDLXIV c) MCDLXXX d) MCDXCIX

Zadanie 9. (1 punkt) Na lekcji geometrii Wiktor narysował dwa okręgi styczne zewnętrznie, każdy o promieniu *r*. Przez środek jednego z nich poprowadził prostą *k* styczną do drugiego okręgu. Jakie jest pole zacieniowanej figury (na rysunku poniżej), ograniczonej tymi okręgami i prostą *k* ?

a) $\frac{r^2}{4}(2\sqrt{3}-\pi)$
b) $\frac{r^2\sqrt{3}}{4}-\frac{\pi r^2}{2}$
c) $\frac{\pi r^2}{4}-\frac{r^2\sqrt{3}}{2}$
d) $\frac{r^2}{4}(\sqrt{3}-\pi)$



Zadanie 10. (1 punkt) Krótsza przekątna pewnego trapezu dzieli go na dwa trójkąty prostokątne równoramienne. Jeśli krótsze ramię trapezu ma długość *k*, to które wyrażenie opisuje obwód tego trapezu?

a) $5k\sqrt{2}$ b) $3k+k\sqrt{2}$ c) $2k+2k\sqrt{2}$ d) $4k+k\sqrt{2}$

Zadanie 11. (1 punkt) Jedna milionowa sekundy nosi nazwę mikrosekundy. Korzystając z tej informacji odpowiedz, ile w przybliżeniu trwa mikrostulecie.

a) 1 minutę b) 1 godzinę c) 1 dzień d) 1 tydzień

Zadanie 12. (1 punkt) Staw, w którym hodowane są karpie, ma kształt prostokąta o powierzchni 10 ha i stosunku boków 2 : 5. Uczniowie mają ten staw nanieść na plan, mając do dyspozycji arkusz papieru o wymiarach 25 cm x 55 cm. Której skali powinni użyć?

a) 1 : 1000 b) 1 : 500 c) 1 : 100 000 d) 1 : 1 000 000

Zadanie 13. (1 punkt) Tomek zbudował dwa modele stożka obrotowego różnej wielkości. Stożek większy ma 3 razy większą wysokość i 2 razy większą średnicę podstawy niż drugi. Ile razy większa jest objętość stożka większego od objętości stożka mniejszego?

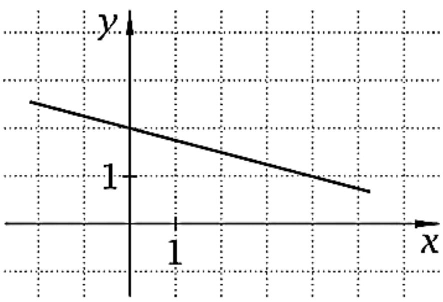
a) 36 razy b) 18 razy c) 12 razy d) 6 razy

Zadanie 14. (1 punkt) Z koła o promieniu 6 cm wycięto wycinek, którego łuk ma długość równą średnicy koła. Pole tego wycinka to

a) 36π cm^2 b) 36 cm^2 c) 12π cm^2 d) 12 cm^2

Zadanie 15. (1 punkt) Wykres której funkcji przedstawiony jest na rysunku?

a) $y = -4x - 2$
b) $y = -2x + 4$
c) $y = -\frac{1}{2}x + 2$
d) $y = -\frac{1}{4}x + 2$

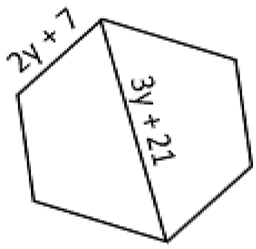


Zadanie 16. (1 punkt) Czworokąt może mieć cztery kąty proste. Jaka jest największa możliwa liczba kątów prostych w ośmiokącie wypukłym?

a) 8 b) 6 c) 4 d) 3

Zadanie 17. (1 punkt) Obwód sześciokąta foremnego narysowanego obok jest równy

a) 21
b) 42
c) 126
d) 168



Zadanie 18. (1 punkt) Pan Ksawery ma dwie łąki o kształcie figur podobnych w skali 3 : 4. Ile godzin powinien on przeznaczyć na skoszenie większej łąki, jeżeli mniejszą łąkę skosił w 3 godziny? (Załóż, że kosi z taką samą wydajnością).

a) 4 b) $5\frac{1}{3}$ c) 7 d) 16

Zadanie 19. (1 punkt) Średnia odległość Ziemi od Słońca to około 150 milionów km. Odległość ta wyrażona w metrach to

a) $1{,}5 \cdot 10^{11}$ b) $1{,}5 \cdot 10^{10}$ c) $1{,}5 \cdot 10^{8}$ d) $1{,}5 \cdot 10^{6}$

Zadanie 20. (1 punkt) Oliwia jeden raz rzuca kostką sześcienną do gry w kości. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wyrzucona przez nią liczba oczek będzie liczbą pierwszą?

a) 1 b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{2}{3}$

W zadaniach nr 21 i 22 pomocnicze obliczenia możesz wykonać w pamięci lub w brudnopisie. Wyniki zapisz w odpowiednich miejscach.

Zadanie 21. (2 punkty) Trzy lata temu tata był 5 razy starszy od Kuby. Za trzy lata będzie 3 razy starszy od Kuby.

a) Ile lat ma Kuba? …………………………….

b) Ile lat miał tata Kuby dwa lata temu? ………………………

Zadanie 22. (2 punkty) Dwie beczki zawierają razem $2y$ litrów wody. Pan Waldemar przelał z pierwszej beczki do drugiej tyle wody, aby jej zawartość się podwoiła, a następnie przelał z drugiej do pierwszej beczki tyle wody, aby jej zawartość się podwoiła. Okazało się, że w obu beczkach jest teraz tyle samo wody. Ile wody było pierwotnie w każdej beczce? Zapisz odpowiednie wyrażenia algebraiczne.

a) W pierwszej beczce było na początku …………………….. litrów wody.

b) W drugiej beczce było na początku ……………………….. litrów wody.

W zadaniach nr 23, 24 i 25 ***wstaw X*** *w odpowiednie miejsca tabeli.*

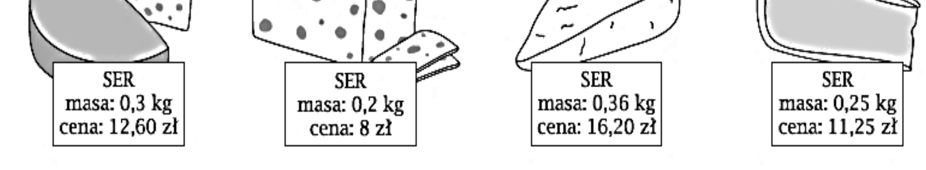
Zadanie 23. (2 punkty) Oceń, czy zaprezentowane poniżej zaokrąglenia są prawdziwe.

	PRAWDA	FAŁSZ
Zaokrąglenie liczby 625 do pełnych setek stanowi 96% tej liczby.		
Zaokrąglenie liczby 0,125 do części setnych stanowi 104% tej liczby.		

Zadanie 24. (4 punkty) Poniższe zdania dotyczą sytuacji związanych z geometrią na płaszczyźnie. Oceń, czy są prawdziwe.

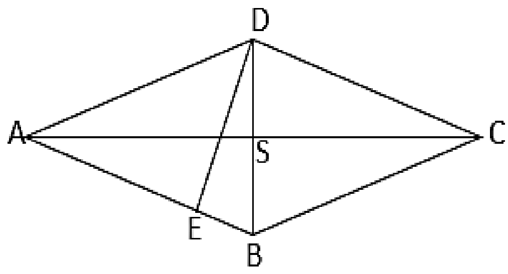
	PRAWDA	FAŁSZ
Pole półkola zbudowanego na przeciwprostokątnej trójkąta prostokątnego jest równe sumie pól półkoli zbudowanych na jego przyprostokątnych.		
O pewnym trójkącie wiadomo, że środek opisanego na nim okręgu leży wewnątrz trójkąta. Ten trójkąt musi być równoboczny.		
Dany jest okrąg o promieniu 5 cm. Każda prosta zawierająca punkt oddalony od środka tego okręgu o 5 cm jest styczną.		
Każde dwa romby mające jednakowe boki są podobne.		

Zadanie 25. (4 punkty) Oceń poniższe zdania. W drugim przypadku wykorzystaj informację, że moneta jednogroszowa ma średnicę około 15 mm.

	PRAWDA	FAŁSZ
188 monet jednozłotowych nie można rozmieścić w 20 pudełkach tak, by w każdym pudełku była inna kwota pieniędzy.		
Kilometr groszy ułożonych jeden tuż przy drugim w jednej linii wart byłby około 6700 zł.		
Filip, chcąc kupić kawałek sera, zastanawiał się, który spośród serów (na rysunku poniżej) ma najniższą cenę. Szybko obliczył w pamięci, że najtańszy jest ser B. 		
Trzy soki i dwa batony kosztują 9,60 zł, trzy batony i dwa jogurty kosztują 8,70 zł, a trzy jogurty i dwa soki kosztują 7,20 zł. Zatem 20 zł wystarczy, by kupić cztery soki, cztery batony i cztery jogurty.		

UWAGA! W zadaniach 26. i 27. przedstaw starannie swoje rozwiązania. Zaprezentuj cały tok rozumowania. Pamiętaj o podaniu odpowiedzi.

Zadanie 26. (3 punkty) Rysunek przedstawia romb ABCD, którego kąt ostry ma miarę 40^0, a jego przekątne przecinają się w punkcie S. Odcinek DE jest wysokością rombu. Uzasadnij, że trójkąt ABS jest podobny do trójkąta BDE.



Zadanie 27. (3 punkty) Żelazna kula została umieszczona w sześciennej skrzyni w ten sposób, że dotyka wszystkich jej ścian. W drugiej, takiej samej skrzyni, znajduje się osiem żelaznych kul o średnicach dwa razy mniejszych niż średnica pierwszej kuli. W trzeciej, takiej samej skrzyni jak dwie poprzednie, jest 27 żelaznych kul o średnicach trzy razy mniejszych niż średnica kuli w pierwszej skrzyni. Która skrzynia z kulami jest najcięższa?

B R U D N O P I S

(nie podlega sprawdzeniu)

B R U D N O P I S

(nie podlega sprawdzeniu)

B R U D N O P I S

(nie podlega sprawdzeniu)

B R U D N O P I S

(nie podlega sprawdzeniu)

B R U D N O P I S

(nie podlega sprawdzeniu)