

Kod ucznia: .....

## Konkurs przedmiotowy z matematyki dla uczniów gimnazjów 23 lutego 2017 r. – zawody III stopnia (województwie)

Witamy Cię na trzecim etapie Konkursu przedmiotowego z matematyki.  
Przed przystąpieniem do rozwiązywania zadań uważnie przeczytaj polecenia.  
Brudnopis nie podlega sprawdzeniu.  
**Nie możesz używać kalkulatora.**

Życzymy Ci powodzenia!

**Maksymalna liczba punktów: 40.**

**Czas rozwiązywania zadań: 90 minut.**

.....  
W zadaniach 1 – 18 wybierz **jedną** odpowiedź i obwiedź ją kółkiem.  
W przypadku pomyłki błędną odpowiedź przekreśl i zaznacz kółkiem poprawną.

**Zadanie 1. (0–1 punkt)** Połowa sumy  $4^{17} + 4^{17} + 4^{17} + 4^{17}$  jest równa

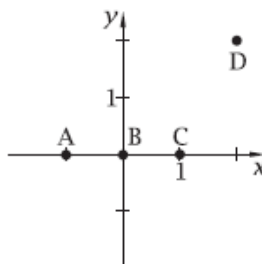
- a)  $2^9$                       b)  $2^{18}$                       c)  $2^{35}$                       d)  $2^{68}$

**Zadanie 2. (0–1 punkt)** Do zestawu liczb: 13, 5, 5, 9, 8 Ludwik dopisał jeszcze jedną liczbę, co spowodowało wzrost średniej arytmetycznej zestawu o 1. Jak zmieniła się mediana?

- a) Zmalała o 1.              b) Nie zmieniła się.              c) Wzrosła o 0,5.              d) Wzrosła o 1.

**Zadanie 3. (0–1 punkt)** Który z czterech punktów zaznaczonych w układzie współrzędnych nie należy do wykresu funkcji  $y = x^2 - x$  ?

- a) D  
b) C  
c) B  
d) A



**Zadanie 4. (0–1punkt)** Na szkolną loterię uczniowie przygotowali 60 losów, w tym 15 wygrywających. Agnieszka kupiła pierwszy los i wygrała. Elwira kupiła drugi los. Prawdopodobieństwo, że jej los jest wygrywający, to

- a)  $\frac{14}{60}$                       b)  $\frac{14}{59}$                       c)  $\frac{1}{59}$                       d)  $\frac{1}{14}$

**Zadanie 5. (0–1 punkt)** W trójkącie prosta równoległa do podstawy dzieli jego wysokość w stosunku 1:1. Stosunek pól figur, na które ta prosta dzieli trójkąt, wynosi

- a) 1:3                      b) 1:2                      c) 2:3                      d) 1:1

**Zadanie 6. (0–1 punkt)** Woda morska zawiera 6,5% soli. Ile słodkiej wody należy dolać do 60 litrów wody morskiej, żeby zawartość soli zmalała do 3%?

- a) 1240 litrów              b) 1,24 hektolitrów              c) 7 hektolitrów              d) 70 litrów

**Zadanie 7. (0–1 punkt)** Krawędź podstawy ostrosłupa prawidłowego sześciokątnego ma długość  $a$ . Jego krawędź boczna ma długość  $3a$ . Objętość tego ostrosłupa przedstawia wyrażenie

- a)  $3a^3\sqrt{6}$                       b)  $a^3\sqrt{24}$                       c)  $a^3\sqrt{6}$                       d)  $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$

**Zadanie 8. (0–1 punkt)** Dwie sosny o wysokości 8 m i 15 m rosną w odległości 24 m od siebie. Jaka jest odległość między ich wierzchołkami?

- a) 31 m                      b) 25 m                      c) 24 m                      d) 7 m

**Zadanie 9. (0–1 punkt)** Kula ma objętość  $36\pi \text{ cm}^3$ . Które zdanie nie jest prawdziwe?

- a) Pole powierzchni kuli wynosi  $36\pi \text{ cm}^2$ .  
 b) Pole koła wielkiego jest równe  $9\pi \text{ cm}^2$ .  
 c) Objętość kuli o promieniu trzy razy krótszym jest równa  $\frac{4}{3}\pi \text{ cm}^3$ .  
 d) Objętość kuli o promieniu o 4 cm dłuższym wynosi  $\frac{193}{3}\pi \text{ cm}^3$ .

**Zadanie 10. (0–1 punkt)** Funkcja  $f$  przyporządkowuje liczbie naturalnej  $n$ , spełniającej warunek  $4 < n < 40$ , resztę z dzielenia przez 8 liczby o 3 mniejszej od  $n$ . Funkcja ta przyjmuje wartość 5 dla

- a) trzech argumentów.                      b) czterech argumentów.  
 c) pięciu argumentów.                      d) sześciu argumentów.

**Zadanie 11. (0–1 punkt)** Wśród uczniów gimnazjum przeprowadzono ankietę na temat ulubionej gry zespołowej. Każdy uczeń wskazał tylko jedną grę. Tabela przedstawia wyniki ankiety. O ile procent więcej uczniów woli piłkę nożną niż koszykówkę?

- a) 350%  
 b) 250%  
 c) 42%  
 d) 12%

piłka ręczna	koszykówka	siatkówka	piłka nożna
16%	18 osób	18%	54%

**Zadanie 12. (0–1 punkt)** Objętości:  $v_1 = 0,12 \text{ dm}^3$ ,  $v_2 = 120 \text{ mm}^3$ ,  $v_3 = 1,2 \text{ cm}^3$ ,  $v_4 = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ , uporządkowane w kolejności od najmniejszej do największej, to

- a)  $v_4, v_1, v_3, v_2$                       b)  $v_2, v_3, v_1, v_4$                       c)  $v_3, v_4, v_1, v_2$                       d)  $v_1, v_2, v_3, v_4$

**Zadanie 13. (0–1 punkt)** Karolina i Jola rzucają monetą, każda po 10 razy. Gdy któraś wyrzuci orła, otrzyma 6 punktów, a gdy wyrzuci reszkę, straci 3 punkty. Które wyrażenie opisuje liczbę punktów osoby, która  $n$  razy wyrzuci orła?

- a)  $9n - 30$                       b)  $12n - 30$                       c)  $3n + 30$                       d)  $6n + 30$

**Zadanie 14. (0–1 punkt)** Wartość wyrażenia  $|5 - 3\sqrt[3]{3}| - |\sqrt[3]{-3} - 1|$  wynosi

- a)  $4 - 4\sqrt[3]{3}$                       b)  $6 - 2\sqrt[3]{3}$                       c)  $4 - 2\sqrt[3]{3}$                       d)  $-4 + 2\sqrt[3]{3}$

**Zadanie 15. (0–1 punkt)** Ile zer ma liczba będąca wynikiem działania  $\frac{1600^5}{8^{12} \cdot 4^{13}}$ ?

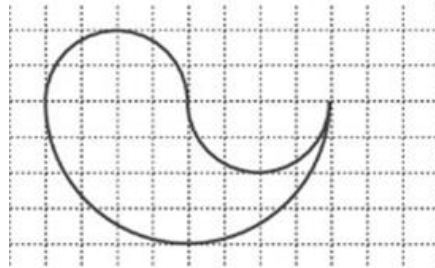
- a) 12                      b) 11                      c) 10                      d) 9

**Zadanie 16. (0–1 punkt)** Dane są liczby  $a = (\sqrt{5})^{48}$ ,  $b = 2^{60}$ ,  $c = (4 - 2^0)^{36}$ . Liczby te ustawione malejąco to

- a) a, b, c.                      b) b, c, a.                      c) c, a, b.                      d) a, c, b.

**Zadanie 17. (0–1 punkt)** Magda narysowała figurę, którą przedstawia poniższy rysunek. Bok jednej kratki ma długość 1. Jaki obwód ma ta figura?

- a)  $4\pi$   
b)  $5\pi$   
c)  $6\pi$   
d)  $8\pi$



**Zadanie 18. (0–1 punkt)** Ile spośród podanych figur jest środkowosymetrycznych? Siedmiokąt foremny, trapez równoramienny, romb, dziesięciokąt foremny, odcinek, kąt, półkole.

- a) 6                      b) 4                      c) 3                      d) 2

*W zadaniach nr 19, 20 i 21 wstaw X w odpowiednie miejsca tabeli.*

**Zadanie 19. (0–3 punkty)**

Oceń prawdziwość poniższych twierdzeń.	PRAWDA	FAŁSZ
Jeżeli na bokach trójkąta równobocznego ABC obierzemy trzy punkty D, E, F w ten sposób, że $ AD  =  BE  =  CF $ , to trójkąt DEF jest równoboczny.		
Jeżeli w trójkącie prostokątnym jeden z kątów ostrych jest dwa razy większy od drugiego, to przeciwprostokątna jest dwa razy dłuższa od krótszej przyprostokątnej.		
Jeżeli w równoległoboku ABCD punkty E oraz F są odpowiednio środkami boków AB i BC, to proste DE i DF dzielą przekątną AC na trzy równe części.		

**Zadanie 20. (0–3 punkty)** Powierzchnię boczną stożka tworzy półkole o promieniu 10 cm. Oceń prawdziwość poniższych zdań.

	PRAWDA	FAŁSZ
Wysokość tego stożka jest równa $10\sqrt{3}$ cm.		
Przekrój osiowy tego stożka jest trójkątem równobocznym.		
Kąt rozwarcia tego stożka ma miarę $120^\circ$ .		

**Zadanie 21. (0–3 punkty)** Symbolem  $n!$  oznaczamy iloczyn wszystkich liczb całkowitych od 1 do  $n$ , to znaczy  $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$ , na przykład  $3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$ . Wykorzystując te informacje, oceń prawdziwość poniższych zapisów.

	PRAWDA	FAŁSZ
$1000! > 1000^{1000}$		
Na końcu zapisu dziesiętkowego liczby $33!$ jest 7 zer.		
$\text{NWD}(110!, 11!) = 11!$ oraz $\text{NWW}(110!, 11!) = 110!$		

*W zadaniach nr: 22, 23, 24 i 25 pomocnicze obliczenia możesz wykonać w pamięci lub w brudnopisie. Wyniki zapisz w odpowiednich miejscach.*

**Zadanie 22. (0–1 punkt)** W trzech okręgach stycznych zewnętrznie środki są wierzchołkami trójkąta o obwodzie 24. Suma długości promienia pierwszego i drugiego okręgu jest największą jednocyfrową liczbą pierwszą. Promienie trzech okręgów mają długości .....

**Zadanie 23. (0–1 punkt)** O liczbach  $x$ ,  $y$ ,  $z$  wiadomo, że jedna z nich jest równa zero, jedna jest dodatnia, jedna ujemna. Wskaż, która z nich jest równa zero, która jest dodatnia, a która jest ujemna, jeśli wiadomo, że  $x + y < x + z$  oraz  $y + z < x + y$ .

liczba dodatnia .....      liczba równa zero .....      liczba ujemna .....

**Zadanie 24. (0–3 punkty)** W pewnej rodzinie jest troje dzieci. Jaś jest 2 razy starszy od Ani. Wiktoria i Ania mają 2 razy tyle lat co Jaś. Mama i Jaś mają 2 razy tyle lat co Wiktoria i Ania razem. Wiktoria, Ania i babcia mają 2 razy tyle lat co mama i Jaś. Babcia skończyła właśnie 84 lata. Odpowiedz na poniższe pytania.

Ile lat ma Wiktoria? .....

Ile lat ma Ania? .....

Ile lat ma mama? .....

**Zadanie 25. (0–2 punkty)** Oskar miał pomnożyć przez siebie dwie liczby dwucyfrowe. Jednak z pośpiechu cyfrę jedności pierwszej liczby odczytał o 4 większą niż była naprawdę i otrzymał wynik 625. Prawdziwy iloczyn tych liczb jest równy 525.

Liczby, jakie miał pomnożyć Oskar, to .....

.....

***UWAGA! W zadaniach 26. i 27. przedstaw starannie swoje rozwiązania. Zaprezentuj cały tok rozumowania. Pamiętaj o podaniu odpowiedzi.***

**Zadanie 26. (0–3 punkty)** Z dwucyfrowej liczby  $a$  Michał utworzył dwie liczby: pierwszą przez dopisanie cyfry 1 na początku, drugą przez dopisanie cyfry 1 na końcu. Czy iloczyn otrzymanych przez niego liczb pomniejszony o liczbę  $a$  jest podzielny przez 10? Odpowiedź uzasadnij.

**Zadanie 27. (0–3 punkty)** Brygada robotników miała wykonać pewną pracę w ciągu określonej liczby dni. Gdyby robotników było o 5 więcej, to wykonaliby oni tę pracę o 4 dni wcześniej, gdyby zaś było ich o 10 mniej, to pracowaliby o 12 dni dłużej (zakładamy, że wszyscy robotnicy pracują z taką samą wydajnością). Ilu było robotników i ile dni pracowali?

**BRUDNOPIS**  
*(nie podlega sprawdzeniu)*

**BRUDNOPIS**  
*(nie podlega sprawdzeniu)*

**BRUDNOPIS**  
*(nie podlega sprawdzeniu)*