

Kod ucznia:

Konkurs przedmiotowy z matematyki dla uczniów gimnazjów 11 marca 2016 r. – zawody III stopnia (województwie)

Witamy Cię na trzecim etapie Konkursu przedmiotowego z matematyki.
Przed przystąpieniem do rozwiązywania zadań uważnie przeczytaj polecenia.
Brdnopis nie podlega sprawdzeniu.
Nie możesz używać kalkulatora.

Życzymy Ci powodzenia!

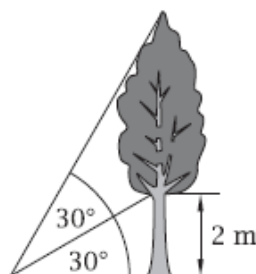
Maksymalna liczba punktów: 40.

Czas rozwiązywania zadań: 90 minut.

.....
W zadaniach 1 – 18 wybierz **jedną** odpowiedź i obwiedź ją kółkiem.
W przypadku pomyłki błędną odpowiedź przekreśl i zaznacz kółkiem poprawną.

Zadanie 1. (0–1 punkt) Jaka jest wysokość drzewa?

- a) 2 m
- b) 4 m
- c) 6 m
- d) 8 m



Zadanie 2. (0–1 punkt) Cyfrą dziesiątek liczby 2^{16} jest

- a) 2
- b) 3
- c) 4
- d) 5

Zadanie 3. (0–1 punkt) Wielkość a wyznaczona ze wzoru $c = \frac{ab}{a+b}$, gdzie $a \neq -b$, $b \neq c$, $b \neq -c$, $b \neq 0$ i $c \neq 0$, jest równa

- a) $\frac{bc}{c-b}$
- b) $\frac{cb}{b+c}$
- c) $\frac{cb}{b-c}$
- d) $\frac{b+c}{bc}$

Zadanie 4. (0–1punkt) Paweł podzielił kwadrat na dwa prostokąty w taki sposób, że jeden z boków kwadratu został podzielony w stosunku 2:3. Jaki jest stosunek obwodu prostokąta o mniejszym polu do obwodu prostokąta o większym polu?

- a) 2:3
- b) 3:8
- c) 5:7
- d) 7:8

Zadanie 5. (0–1 punkt) W trapezie równoramiennym ABCD podstawa AB ma długość 4 cm i jest dwa razy dłuższa od podstawy CD. Jeśli AC jest dwusieczną kąta DAB, to obwód tego trapezu wynosi

- a) 8 cm
- b) 10 cm
- c) 16 cm
- d) 20 cm

Zadanie 6. (0–1 punkt) Która równość jest prawdziwa?

- a) $\sqrt{2,56} + \sqrt[3]{0,125} = 0,21$
- b) $(\sqrt[3]{5})^2 \cdot (\sqrt[3]{5})^4 = 25$
- c) $\sqrt{48} + \sqrt{27} + \sqrt{12} = \sqrt{273}$
- d) $\sqrt{1\frac{9}{16} - \frac{3}{4}} = 1$

Zadanie 7. (0–1 punkt) Jezioro o powierzchni 6 ha zajmuje na mapie pole 6 cm². Jaka jest skala tej mapy?

- a) 1:100 000 000 b) 1:1000 000 c) 1:100 000 d) 1:10 000

Zadanie 8. (0–1 punkt) Matylda otrzymała w drugim półroczu następujące oceny z matematyki: 3, 4, 5, 5, 4, 4, 3, 5, 4, 4, 2, 1. Wskaż medianę oraz modę tego zestawu danych.

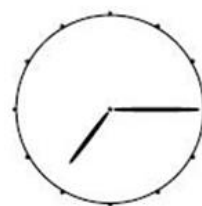
- a) Mediana to 4, moda to 4. b) Mediana to $3\frac{1}{2}$, moda to 4.
c) Mediana to $3\frac{1}{2}$, moda to 5. d) Mediana to 4, moda to 5.

Zadanie 9. (0–1 punkt) Franek postanowił się zdrzemnąć. W momencie, gdy się kładł i sprawdzał, która jest godzina, widział odbicie zegara w lustrze, takie jak na rys. 1. Gdy po kilkudziesięciu minutach obudził się, lustrzane odbicie zegara wyglądało jak na rys. 2. Ile minut trwała drzemka Franka?

- a) 40 minut
b) 45 minut
c) 50 minut
d) 55 minut



Rys. 1.



Rys. 2.

Zadanie 10. (0–1 punkt) Ewelina wykreśliła symetralną jednego z boków ośmiokąta foremnego. Ile przekątnych tego wielokąta przecięła ta symetralna?

- a) 18 b) 16 c) 14 d) 12

Zadanie 11. (0–1 punkt) Średnia odległość Ziemi od Słońca wynosi około 150 mln km. Ta odległość wyrażona w metrach jest równa

- a) $1,5 \cdot 10^6$ m b) $1,5 \cdot 10^8$ m c) $1,5 \cdot 10^{10}$ m d) $1,5 \cdot 10^{11}$ m

Zadanie 12. (0–1 punkt) Marcel i Grześ biegali rano w parku. Marcel biegł ze średnią prędkością o 10% większą niż Grześ i poświęcił na to o 10% mniej czasu. Wybierz zdanie prawdziwe.

- a) Marcel przebiegł dłuższą drogę niż Grześ.
b) Marcel przebiegł krótszą drogę niż Grześ.
c) Obaj chłopcy przebiegli taką samą drogę.
d) Jest za mało informacji, aby porównać długości dróg, jakie przebiegli chłopcy.

Zadanie 13. (0–1 punkt) Na podstawie informacji:

Maszyna nalewa sok do butelek o pojemności $\frac{3}{4}$ l, a następnie butelki pakuje w paczki, w każdej po kilka sztuk. Maszyna zepsuła się, gdy nalala 87,75 l soku, a do piętnastej paczki zabrakło trzech butelek,

zapisano wyrażenie: $(87,75 : \frac{3}{4} + 3) : 15$.

Czego dowiesz się, obliczając wartość tego wyrażenia?

- a) Ile litrów soku jest w jednej paczce.
b) Ile butelek jest w jednej paczce.
c) Ile minut pracowała maszyna.
d) Ile otrzymanoby paczek, gdyby maszyna się nie zepsuła.

Zadanie 14. (0–1 punkt) Długość krawędzi sześcianu zwiększono tak, że jego powierzchnia wzrosła o 69%. O ile procent wzrosła objętość tego sześcianu?

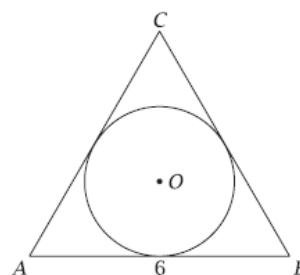
- a) o 69% b) o 119,7% c) o 130% d) o 169%

Zadanie 15. (0–1 punkt) Na osi liczbowej najbliższej liczby 5 leży liczba będąca wynikiem działania

- a) $15\frac{1}{3} + (-10\frac{2}{9})$ b) $-7\frac{6}{7} + 12\frac{5}{6}$
 c) $-6^2 \cdot (-\frac{1}{7})$ d) $1\frac{2}{5} : \frac{2}{7}$

Zadanie 16. (0–1 punkt) Rysunek przedstawia koło wpisane w trójkąt równoboczny. Które ze zdań jest prawdziwe?

- a) Pole koła to mniej niż połowa pola trójkąta.
 b) Pole koła to trzecia część pola trójkąta.
 c) Pole koła to połowa pola trójkąta.
 d) Pole koła to więcej niż połowa pola trójkąta.



Zadanie 17. (0–1 punkt) Dany jest trójkąt ABC, w którym $|AC| = 6\sqrt{2}$, $|BC| = 12$. Wysokość CD opuszczona na bok AB ma długość 6. Jaką miarę ma kąt ACB?

- a) 105° b) 100° c) 95° d) 90°

Zadanie 18. (0–1 punkt) Pan Piotr ma teczkę na dokumenty, zamykaną na zamek szyfrowy. W tym zamku są trzy pokręta, które można ustawić w dziesięciu pozycjach oznaczonych cyframi: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Każde ustawienie trzech pokręteł daje trzycyfrowy szyfr. Teczkę pana Piotra otwiera szyfr $2 \rightarrow 1 \rightarrow 3$, ale właściciel zapomniał kolejności tych trzech cyfr. Jakie jest prawdopodobieństwo, że za pierwszym razem pan Piotr otworzy teczkę?

- a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{3}{10}$ c) $\frac{1}{6}$ d) $\frac{1}{10}$

W zadaniach nr 19, 20 i 21 wstaw X w odpowiednie miejsca tabeli.

Zadanie 19. (0–3 punkty) Liczbami Fermata nazywamy liczby postaci $2^{(2^n)} + 1$, gdzie n jest liczbą naturalną. Liczbę Fermata wyznaczoną dla $n = 0$ oznaczamy symbolem F_0 , liczbę Fermata wyznaczoną dla n oznaczamy symbolem F_n .

Oceń prawdziwość poniższych zdań.

	TAK	NIE
Liczba 19 jest liczbą Fermata.		
Liczby Fermata F_0, F_1, F_2, F_3 są liczbami pierwszymi.		
$2^{64} + 1$ jest liczbą Fermata.		

Zadanie 20. (0–3 punkty) Wiadomo, że pole powierzchni prostopadłościanu opisanego na kuli o promieniu 3 cm wynosi 216 cm^2 . Czy poniższe informacje są prawdziwe?	TAK	NIE
Ten prostopadłościan to sześcian o objętości 216 cm^3 .		
Objętość kuli wpisanej w ten prostopadłościan wynosi $36\pi \text{ cm}^3$.		
Gdyby kulę opisać na tym prostopadłościanie, wówczas jej objętość wyniosłaby $108\sqrt{3}\pi \text{ cm}^3$.		

Zadanie 21. (0–3 punkty) Dany jest odcinek o końcach w punktach $A = (3, 7)$ i $B = (9, 13)$.
Oceń prawdziwość poniższych zdań.

	TAK	NIE
Odcinek symetryczny do odcinka AB względem osi odciętych ma końce w punktach $C = (-3, 7)$, $D = (-9, 13)$.		
Odcinek AB może być średnicą koła o polu $18\pi \text{ j}^2$.		
Odcinek AB może być przeciwprostokątną trójkąta o polu 36 j^2 .		

W zadaniach nr: 22, 23, 24 i 25 pomocnicze obliczenia możesz wykonać w pamięci lub w brudnopisie. Wyniki zapisz w odpowiednich miejscach.

Zadanie 22. (0–2 punkty) W pewnej liczbie dwucyfrowej cyfra jedności jest o 5 większa od cyfry dziesiątek. Jeśli cyfra dziesiątek zwiększyłaby się o 9, wówczas powstałaby liczba trzycyfrowa, w której cyfra setek jest o 2, a cyfra dziesiątek o 1 mniejsza od cyfry dziesiątek liczby dwucyfrowej.

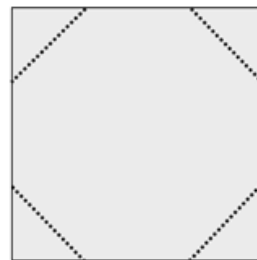
- O jakiej liczbie dwucyfrowej mowa?
- O jaką liczbę trzycyfrową chodzi?

Zadanie 23. (0–2 punkty) Pierwsze koło na odcinku 12 m wykonuje 8 obrotów, a drugie koło na tym samym odcinku wykonuje 10 obrotów. Suma pól tych kół wynosi $\frac{369}{400\pi} \text{ m}^2$.

- Pole mniejszego koła jest równe m^2 .
- Pole większego koła jest równe m^2 .

Zadanie 24. (0–3 punkty) Magda z kwadratowej kartki papieru odcięła naroża tak, jak na poniższym rysunku. Otrzymała ośmiokąt foremny o obwodzie 32 cm. Uzupełnij poniższe zdania, wstawiając odpowiednie liczby.

- a) Kartka była kwadratem o boku cm.
 b) Kwadratowa kartka miała polecm².
 c) Suma pól odciętych naroży wynosi cm².



Zadanie 25. (0–1 punkt) Wzdłuż prostej drogi posadzono drzewa. Odległość między sąsiednimi drzewami wynosi 3 m. Wypełnij poniższą tabelę.

Liczba drzew.	Odległość między pierwszym i ostatnim drzewem.
3	
10	
	33 m
n	

UWAGA! W zadaniach 26. i 27. przedstaw starannie swoje rozwiązania. Zaprezentuj cały tok rozumowania. Pamiętaj o podaniu odpowiedzi.

Zadanie 26. (0–2 punkty) Wykaż, że różnica kwadratów dwóch kolejnych liczb naturalnych nieparzystych jest podzielna przez 8.

Zadanie 27. (0–3 punkty) Objętość i pole powierzchni całkowitej walca wyrażone są tą samą liczbą dodatnią. Jaka jest długość promienia podstawy i wysokość tego walca, jeżeli wiadomo, że wyrażone są one liczbami całkowitymi?

BRUDNOPIS
(nie podlega sprawdzeniu)

BRUDNOPIS
(nie podlega sprawdzeniu)

BRUDNOPIS
(nie podlega sprawdzeniu)