Konkurs Matematyczny
dla uczniów gimnazjów województwa lubuskiego
13 marca 2010 r. – zawody III stopnia (wojewódzkie)

SCHEMAT PUNKTOWANIA ZADAŃ – propozycje

<table>
<tr><th>Nr zadania</th><th>Przykładowe rozwiązanie</th><th>Proponowana punktacja</th></tr>
<tr><td>1</td><td>Operacja zrywania liści stanowi „cykl” powtarzający się z częstotliwością 6.
3003 = 6 · 500 + 3, więc skarb zakopany jest pod drzewem o numerze 3.
Odp.: Skarb zakopany jest pod jabłonią.</td><td>1 – zauważenie i zapisanie prawidłowości
1 – poprawne obliczenia
1 – zapisanie odpowiedzi, że to jabłoń
Razem: 3 punkty</td></tr>
<tr><td>2</td><td>Oznaczmy przez p – cenę plecaka, wówczas:
0,4 p – cena piórnika, 0,16 p – cena długopisu.
Mamy $\frac{p-0{,}16p}{0{,}16p}$ · 100% = $\frac{0{,}84p}{0{,}16p}$ · 100% = 525%.
Odp.: Plecak jest droższy od długopisu o 525%.</td><td>1– zapisanie cen poszczególnych artykułów za pomocą wyrażeń algebraicznych
1 – poprawna metoda prowadząca do obliczenia o ile procent plecak jest droższy od długopisu
1 – poprawne rachunki i wynik (w procentach)
Razem: 3 punkty</td></tr>
<tr><td>3</td><td>Niech $V_1 = \frac{k}{t}$ $[\frac{cm}{\min}]$ – prędkość pierwszego ślimaka,
$V_2 = \frac{t}{k}$ $[\frac{cm}{\min}]$ – prędkość drugiego ślimaka.
Z warunków zadania mamy: $V_1 < V_2$, stąd $\frac{k}{t} < \frac{t}{k}$,
stąd $k^2 < t^2$, czyli $k < t$.
Odp.: Dłuższą drogę pokonał drugi ślimak.</td><td>1– poprawna metoda (zastosowanie wzoru na prędkość)
1 – poprawne przekształcenia
1 – zapisanie odpowiedzi, że drugi ślimak pokonał dłuższą drogę
Razem: 3 punkty</td></tr>
<tr><td>4</td><td>Oznaczmy przez r – promień wewnętrznego okręgu, R – promień zewnętrznego okręgu, wówczas:
$2\pi R - 2\pi r = 4 \cdot 2\pi \cdot 20$, stąd: $R - r = 80$
Odp.: Szukany rozstaw szyn jest równy 80 cm.</td><td>1– poprawna metoda (zastosowanie wzoru na obwód koła)
1 – poprawne przekształcenia
1 – obliczenie rozstawu szyn (poprawne rachunki)
1 – odpowiedź z jednostką
Razem: 4 punkty</td></tr>
<tr><td>5</td><td><table><tr><td>lata</td><td>Karola</td><td>jego siostry</td></tr><tr><td>teraz</td><td>x</td><td>y</td></tr><tr><td>wtedy</td><td>$\frac{x}{2}$</td><td>$\frac{x}{4}$</td></tr></table>$$\begin{cases} x + y = 70 \\ x - y = \frac{x}{2} - \frac{x}{4} \end{cases}$$Skąd: x = 40, y = 30. Karol ma 40 lat, a jego siostra 30.</td><td>1 – dokładne opisanie wszystkich zmiennych
2 – poprawnie ułożone obydwa równania
1 – obliczenie wieku Karola i wieku jego siostry
Razem: 4 punkty</td></tr>
</table>

6	Oznaczając przez n liczbę klocków o wymiarach 1 cm x 1 cm x 3 cm, otrzymujemy równanie: $1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot n = 1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot (n + 50)$ $3n = 2n + 100$, stąd $n = 100$ klocków Te 100 klocków ma objętość 300 cm^3. Jeden klocek o wymiarach 1 cm x 1 cm x 4 cm ma objętość 4 cm^3, więc do zbudowania modelu prostopadłościanu Jola zużyła $300 : 4 = 75$ takich klocków. Odp.: Magda wzięła 100 klocków, Ewa 150, a Jola 75.	1 – poprawna metoda (wykorzystanie wzoru na objętość prostopadłościanu) 1 – obliczenie liczby klocków Magdy 1– obliczenie liczby klocków Ewy 1 – obliczenie liczby klocków Joli **Razem: 4 punkty**
7	Niech x oznacza liczbę lat Ali. Suma liczby lat grupy dziesięciu osób wynosi: $9 \cdot 16 + x$. Mamy więc zależność $\frac{9 \cdot 16 + x}{10} = 15$, skąd $x = 6$ Odp.: Ala ma 6 lat.	1 – analiza zadania (opisanie zmiennych w przypadku ułożenia równania) 1 – poprawna metoda obliczenia średniej arytmetycznej 1 – poprawne obliczenia 1 – zapisanie odpowiedzi **Razem: 4 punkty**
8	Wędrówka podróżnych odbywa się po przyprostokątnych trójkąta prostokątnego. Długość każdej z tych przyprostokątnych po *n* dniach wędrówki wynosi 40 *n*. Zatem po *n* dniach wędrówki odległość między wędrowcami wynosi: $\sqrt{(40n)^2 + (40n)^2} = 40n\sqrt{2}$ Musimy więc rozstrzygnąć, dla jakich n : $40n\sqrt{2} < 600$, czyli $n\sqrt{2} < 15$. Ponieważ $14 < 10\sqrt{2} < 15$, zatem w ciągu pierwszych dziesięciu dni wędrówki odległość między wędrowcami będzie stale mniejsza od 600 km.	1 – zastosowanie twierdzenia Pitagorasa 1 – poprawne rachunki prowadzące do wyznaczenia odległości między wędrowcami po *n* dniach wędrówki 1 – ułożenie nierówności uwzględniającej odległość 600 km 1 – rozwiązanie nierówności 1 – zapisanie odpowiedzi (poprawna interpretacja wyniku, że w ciągu pierwszych dziesięciu dni). **Razem: 5 punktów**

Razem 30 punktów

Uwaga!
Za każdy inny poprawny sposób rozwiązania zadania przyznajemy maksymalną liczbę punktów.
Jeśli uczeń zastosował błędną metodę, nie przyznajemy punktów za całe zadanie.
Uczeń, który uzyskał nie mniej niż 90% punktów możliwych do zdobycia (tj. 27 punktów), jest rekomendowany do przyznania mu tytułu laureata.